

MATEMATIKA (4+4)

(Írta: Pálffy Zoltán, 2013, Nemzedékek Tudása Tankönyvkiadó Zrt.)

(Átdolgozta: Dr. Rókané Rózsa Anikó, Andrásy Gyula Gimnázium és Kollégium)

Az iskolai matematikatanítás célja, hogy hiteles képet nyújtson a matematikáról mint tudásrendszerrel és mint sajátos emberi megismerési, gondolkodási, szellemi tevékenységről. A matematika tanulása érzelmi és motivációs vonatkozásokban is formálja, gazdagítja a személyiséget, fejleszti az önálló, rendszerezett gondolkodást, és alkalmazásra képes tudást hoz létre. A matematikai gondolkodás fejlesztése segíti a gondolkodás általános kultúrájának kiteljesedését.

A matematikatanítás feladata a matematika különböző arculatainak bemutatása. A matematika: kulturális örökség; gondolkodásmód; alkotó tevékenység; a gondolkodás örömeinek forrása; a mintákban, struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője; önálló tudomány; más tudományok segítője; a mindennapi élet része és a szakmák eszköze.

A tanulók matematikai gondolkodásának fejlesztése során alapvető cél, hogy mindenképp ki tudják választani és alkalmazni tudják a természeti és társadalmi jelenségekhez illeszkedő modelleket, gondolkodásmódokat (analógiás, heurisztikus, becslésen alapuló, matematikai logikai, axiomatikus, valószínűségi, konstruktív, kreatív stb.), módszereket (aritmetikai, algebrai, geometriai, függvénytan, statisztikai stb.) és leírásokat. A matematikai nevelés sokoldalúan fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét. Ugyanakkor fontos a modellek érvényességi körének és gyakorlati alkalmazhatóságának eldöntését segítő képességek fejlesztése. Egyaránt lényeges a reprodukív és a problémamegoldó, valamint az alkotó gondolkodásmód megismerése, elsajátítása, miközben nem szorulhat háttérbe az alapvető tevékenységek (pl. mérés, alapszerkesztések), műveletek (pl. aritmetikai, algebrai műveletek, transzformációk) automatizált végzése sem. A tanulás elvezethet a matematika szerepének megértésére a természet- és társadalomtudományokban, a humán kultúra számos ágában. Segít kialakítani az összefüggések, hipotézisek bizonyításának igényét. Megmutathatja a matematika hasznosságát, belső szépségét, az emberi kultúrában betöltött szerepét. Fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét.

A tanulási folyamat során fokozatosan megismertetjük a tanulókkal a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása). Mindezzel fejlesztjük a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességét. Az új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a kreativitást, az önálló gondolatok megfogalmazását, a felmerült problémák megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását. A diskussziós képesség fejlesztése, a többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése a többféle nézőpont érvényesítését, a komplex problémakezelés képességét is fejleszti. A folyamat végén a tanulók eljutnak az önálló, rendszerezett, logikus gondolkodás bizonyos szintjére.

A műveltségi terület a különböző témakörök szerves egymásra épülésével kívánja feltárni a matematika és a matematikai gondolkodás világát. A fogalmak, összefüggések érlelése és a matematikai gondolkodásmód kialakítása egyre emelkedő szintű spirális felépítést indo-

kol – az életkori, egyéni fejlődési és érdeklődési sajátosságoknak, a bonyolódó ismereteknek, a fejlődő absztrakciós képességnek megfelelően. Ez a felépítés egyaránt lehetővé teszi a lassabban haladókkal való foglalkozást és a tehetség kibontakoztatását.

A matematikai értékek megismerésével és a matematikai tudás birtokában a tanulók hatékonyan tudják használni a megszerzett kompetenciákat az élet különböző területein. A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technikai, a humán műveltségterületek, illetve a választott szakma ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák értelmezéséhez, leírásához és kezeléséhez. Ezért a tanulóknak rendelkezniük kell azzal a képességgel és készséggel, hogy alkalmazni tudják matematikai tudásukat, és felismerjék, hogy a megismert fogalmakat és tételeket változatos területeken használhatjuk. Az adatok, táblázatok, grafikonok értelmezésének megismerése nagyban segítheti a mindennapokban, és különösen a média közleményeiben való reális tájékozódást. Mindehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése. A tanulóktól megkívánjuk a szaknyelv életkornak megfelelő, pontos használatát, a jelölésrendszer helyes alkalmazását írásban és szóban egyaránt.

A tanulók rendszeresen oldjanak meg önállóan feladatokat, aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban. A feladatmegoldáson keresztül a tanulók képessé válhatnak a pontos, kitartó, fegyelmet munkára. Kialakul bennük az önellenőrzés igénye, a sajátjukétól eltérő szemlélet tisztelete. Mindezek érdekében is a tanítás folyamában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságuk fejlesztésére. A matematikatanítás, -tanulás folyamatában egyre nagyobb szerepet kaphat az önálló ismeretszerzés képességnek fejlesztése az ajánlott, illetve az önállóan megkeresett, nyomtatott és internetes szakirodalom által. A matematika a lehetőségekhez igazodva támogatni tudja az elektronikus eszközök (zsebszámológép, számítógép, grafikus kalkulátor), internet, oktatóprogramok stb. célszerű felhasználását, ezzel hozzájárul a digitális kompetencia fejlődéséhez.

A tananyag egyes részleteinek csoportmunkában történő feldolgozása, a feladatmegoldások megbeszélése az együttműködési képesség, a kommunikációs képesség fejlesztésének, a reális önértékelés kialakulásának fontos területei. Ugyancsak nagy gondot kell fordítani a kommunikáció fejlesztésére (szövegértésre, mások szóban és írásban közölt gondolatainak meghallgatására, megértésére, saját gondolatok közlésére), az érveken alapuló vitakészség fejlesztésére. A matematikai szöveg értő olvasása, tankönyvek, lexikonok használata, szövegből a lényeg kiemelése, a helyes jegyzeteléshez szoktatás a felsőfokú tanulást is segíti.

A gimnázium matematika helyi tantervének ezen változata azzal a céllal készült, hogy a matematikai kultúra megismertetésére, a természettudományos ismeretek megalapozására már 14 éves életkortól magasabb óraszámokban adjon lehetőséget az átlagosnál érdeklődőbb tanulók számára. A magasabb óraszámot használhatjuk a tananyag elmélyítésére és új tananyagtartalmakkal való megismerkedésre.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jártas a problémamegoldásban. A matematikatanításnak kiemelt szerepe van a pénzügyi-gazdasági kompetenciák kialakításában. Életkortól függő szinten, rendszeresen foglalkozunk olyan feladatokkal, amelyekben valamilyen probléma legjobb megoldását keressük. Szánjunk kiemelt szerepet azoknak az optimum-problémáknak, amelyek gazdasági kérdésekkel foglalkoznak, amikor költség, kiadás minimumát; elérhető eredmény, bevétel maximumát keressük. Fokozatosan vezessük be matematikafeladatainkban a pénzügyi fogalmakat: bevétel, kiadás, haszon, kölcsön, kamat, értékcsökkenés, -növekedés, törlesztés, futamidő stb. Ezek a feladatok erősítik a tanulóknál azt a tudatot, hogy matematikából valóban hasznos ismereteket tanulnak, illetve hogy a matematika alkalmazása a mindennapi élet szerves része. Az életkor előrehaladtával egyre több példát mutassunk arra, milyen területeken tud segíteni a matematika. Hívjuk fel a figyelmet arra, hogy milyen matematikai ismereteket alkalmaznak az alapvetően matematikaigényes, illetve a matematikát csak

kisebbségben használó szakmák (pl. informatikus, mérnök, közgazdász, pénzügyi szakember, biztosítási szakember, valamint pl. vegyész, grafikus, szociológus), ezzel is segítve a tanulók pályaválasztását.

A matematikához való pozitív hozzáállást nagyban segíthetik a matematika tartalmú játékok és a matematikához kapcsolódó érdekes problémák és feladványok.

A matematika a kultúrtörténetnek is része. Segítheti a matematikához való pozitív hozzáállást, ha bemutatjuk a tananyag egyes elemeinek a művészetekben való alkalmazását. A motivációs bázis kialakításában komoly segítség lehet a matematikatörténet egy-egy mozzanatának megismertetése, a máig meg nem oldott, egyszerűnek tűnő matematikai sejtések megfogalmazása, nagy matematikusok életének, munkásságának megismerése. A NAT néhány matematikus ismeretét előírja minden tanuló számára: Thalész, Euler, Gauss, Pascal, Cantor, Erdős, Neumann. A helyi tanterv ezen kívül is sok helyen hívja fel a tananyag matematikatörténeti érdekességeire a figyelmet. Ebből a tanárkollégák csoportjuk jellegének megfelelően szabadon válogathatnak.

A matematika oktatása elképzelhetetlen állítások, tételek bizonyítása nélkül. Hogy a tananyagban szereplő tételek beláttatása során milyen elfogadott igazságokból indulunk ki, s mennyire részletezünk egy bizonyítást, nagymértékben függ az állítás súlyától, a csoport befogadó képességétől, a rendelkezésre álló időtől stb. Ami fontos, az a bizonyítás iránti igény felkeltése, a logikai levezetés szükségességének megértése. Ennek mikéntjét a helyi tantervre támaszkodva mindig a szaktanárnak kell eldöntenie, ezért a tantervben a tételek megnevezése mellett nem szerepel utalás a bizonyításra. A fejlesztési cél elérése szempontjából - egy adott tanulói közösség számára - nem feltétlenül a tantervben szereplő (nevesített) tételek a legalkalmasabbak bizonyítás bemutatására, gyakorlására.

Minden életkori szakaszban fontos a differenciálás. Ez nemcsak az egyéni igények figyelembevételét jelenti. Sokszor az alkalmazhatóság vezérli a tananyag és a tárgyalásmód megválasztását, más esetekben a tudományos igényesség szintje szerinti differenciálás szükséges. Egy adott osztály matematikatanítása során a célok, feladatok teljesíthetősége igényli, hogy a tananyag megválasztásában a tanulói érdeklődés és a pályaeorientáció is szerepet kapjon. A matematikát alkalmazó pályák felé vonzó tanulókat gondolkodtató, kreativitást igénylő versenyfeladatokkal motiválhatók, a humán területen továbbtanulni szándékozók számára érdekesebb a matematika kultúrtörténeti szerepének kidomborítása, másoknak a középiskolai matematika gyakorlati alkalmazhatósága fontos. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége segíthetik az esélyegyenlőség megvalósulását.

Célok és feladatok

A középiskolai matematikatanítás célja és ennek kapcsán feladata a tanulók korszerű, alkalmazásra képes matematikai műveltségének megalapozása, a matematikai kompetencia kialakítása, a matematikai szemlélet fejlesztése, a logikus gondolkodás továbbfejlesztése, az önálló, rendszerezett gondolkodás és feladatmegoldás megalapozása. A matematikatanításnak a középiskolában is biztosítani kell a többi tantárgy tanuláshoz, a mindennapok gyakorlatához szükséges matematikai ismereteket és eszközöket, miközben meg kell mutatnia azok konkrét gyakorlati hasznosságát.

Szükséges, hogy a matematika tanulása során a tanulók a hétköznapi szövegekben rejlő matematikai problémákat észrevegyék, képesek legyenek egy-egy gyakorlati kérdés megoldásához matematikai modellt alkotni, különböző problémamegoldó stratégiákat alkalmazni. Így a matematikatanítás fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét, segíti az összefüggések, hipotézisek megfogalmazását, a bizonyítás igényének megjelenését. Alapvető célunk a

megértésen alapuló gondolkodás fejlesztése, a valóságos szituációk és a matematikai modellek közötti kétirányú út megismertetése, és azok használatának kialakítása.

A matematikatanítás folyamatában el kell érni, hogy a tanulók megfelelő szintű probléma- és feladatmegoldó, absztrakciós, analizáló és szintetizáló képességgel rendelkezzenek. Mindehhez szükséges a matematikatanítás belső struktúrájának fokozatos kiépítése, a megfelelő tartalmak esetében szilárd fogalom- és axiómarendszer elsajátítása, a matematikai tételek és bizonyítások értése és egyszerűbb gondolatmenetű bizonyítások szabatos megfogalmazása, az elsajátított matematikai fogalmak alkalmazása.

A matematikatanítás célja, hogy fejlessze a tanulók térbeli, időbeli és mennyiségi tájékozódását, esztétikai érzékét. A matematikatanításnak feladata, hogy képessé tegye a tanulót a síkbeli és a térbeli szituációk elképzelésére, s ennek segítségével az adott konstrukcióban gondolkodni, feladatot megoldani, számolni. A matematikatanítás feladata továbbá, hogy képessé tegye a tanulókat arra, hogy a statisztikai gondolatokat megértse, felhasználja, valamint, hogy a függvény- vagy függvényszerű kapcsolatokat felismerje. A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek.

A matematikatanítás – a lehetőségekhez igazodva – támogassa az elektronikus eszközök (zsebszámológép, grafikus kalkulátor, számítógép, Internet stb.), információhordozók célszerű felhasználásának megismerését, alkalmazásukat az ismeretszerzésben, a problémák megoldásának egyszerűsítésében, és ezzel járuljon hozzá a tanulók digitális kompetenciájának kifejlődéséhez, gyakorlati alkalmazásához.

A matematika tanításában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságának fejlesztésére, a pontos és kitartó munkára való nevelésre, a reális önbizalom, az akaraterő, az igényes és a matematikai nyelvezetet használó kommunikáció kialakítására, a gondolatok érvekkel való alátámasztásának fejlesztésére. Fontos, hogy a tanulók képesek legyenek a várható eredmények becslésére, az önellenőrzésre, az eredmények becsléssel való összevetésére, valamint a szöveges, gyakorlati feladatokban kapott eredmények valósághoz való viszonyítására.

A matematika tanításában törekedni kell arra, hogy kiderüljön a matematika hasznosága, a matematikai struktúra belső szépsége, az emberi kultúrában betöltött szerepe.

A sajátos nevelési igényű tanulók fejlesztése, illetve a kisebbségi migráns tanulókkal való *foglalkozás* a matematika órákon is szükséges: ami a szokásos tartalmi és eljárásbeli differenciálásnál nagyobb mértékű differenciálást, speciális eljárások alkalmazását és kiegészítő pedagógiai szolgáltatások igénybe vételét teheti szükségessé. Figyelembe kell venni az egyéni fejlesztési tervek kialakításakor, a tanórákon a csoportok szervezésekor, a tanórák tanulás-szervezési eljárásainak tervezésekor. Sajátos tanulásszervezési megoldások alkalmazása nélkül ugyanis nem valósíthatók meg a különleges bánásmódot igénylő, sajátos nevelési igényű gyerekek, a tanulási és egyéb problémákkal, magatartási zavarokkal küzdő tanulók nevelésének, oktatásának feladatai. Figyelembe kell venni a tervezéskor a tanórán kívüli lehetőségek felhasználását is.

A matematika helyi tanterv érvényesíti az iskolai oktatás-nevelés közös, átfogó elveit, így részt vállal az egészségfejlesztés, a környezetvédelem és a fogyasztóvédelem társadalmi feladataiból.

A matematika műveltségterület az *egészségnevelési* feladatát elsősorban azokon a feladatokon (statisztika, valószínűség, szöveges feladatok) tudja teljesíteni, amely valóságos hazai és nemzetközi adatok felhasználásával alkalmas arra, hogy elősegítsék a tanulók egészségfejlesztési attitűdjének, magatartásának, életvitelének kialakulását a feladatok adatainak eredményeinek értelmezésén, továbbgondolásán keresztül.

A *környezettudatosságra nevelés* érdekében a matematika igen alkalmas arra, hogy különböző, valóságos adatok és tények felhasználásával, feladatokat oldjanak meg a tanulók,

amelyeken keresztül megismerhetik, megérthetik, valamint az adatokon és azok értelmezésén keresztül végiggondolhatják azokat a jelenlegi folyamatokat, amelyek következményeként bolygónkon környezeti válságjelenségek mutatkoznak, továbbá konkrét hazai példákon is felismerhetik a társadalmi-gazdasági modernizáció pozitív és negatív környezeti következményeit.

Az egészségvédelemhez és a környezetvédelemhez hasonlóan a *fogyasztóvédelemre*, a tudatos kritikus fogyasztói magatartásra való nevelés is jól megoldható a matematika feladatain keresztül, amely amúgy is fontos területe a valóságos életben megjelenő problémák, adatok, összefüggések vizsgálatának. Az adatgyűjtések színtere lehet a vásárlási szokásokról történő gyűjtés, továbbá szöveges feladatok gyártására alkalmasak a vásárlási számlák, amelyeken keresztül mód van az egyes termékekről való beszélgetések kezdeményezése stb. Szöveges feladatokban fogyasztói kosár elemzésére is sort keríthetünk.

Az egyes témákban szerepeltetett különböző nehézségű problémák természetesen nyújtják a differenciálás lehetőségét. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége biztosítsák az esélyegyenlőséget!

A matematika tanulása járuljon hozzá helyes pályaválasztási irány megtalálásához és megalapozásához! A tanulók a középiskola befejezésére váljanak képessé a középszintű érettségi vizsga sikeres letételére!

A fogalmi rendszer

A matematika révén közvetített tudás konstruálásában, a fogalmi műveltség felépítésében folyamatos tevékenység a fogalmi gondolkodás fejlesztése. A matematika műveltségterület – a témakörökhöz, témákhoz rendelt fogalmak közlésével – felépítette a maga sajátos fogalomrendszerét. E rendszert természetesen többféleképpen is meg lehet határozni., és fontos leszögezni, hogy az általunk létrehozott fogalmi rendszer nem a matematikát mint tudományt, hanem a középiskolai matematika műveltségterületet fedi le. A tantárgy kulcsfogalmai a következők:

Axióma, definíció, tétel, bizonyítás, modellezés, transzformáció, sorbarendezés, kiválasztás, oszthatóság, eloszlás, valószínűség, halmaz, egyenlet, függvény, alakzatok, véletlen esemény.

E kulcsfogalmakkal kapcsolatos tudás folyamatos bővítése és elmélyítése az értelmes tanulás egyik összetevője. A kulcsfogalmak tehát az adott ismeretrendszer fogalmi hálójának csomópontjait jelentik, amelyek sok más fogalommal kapcsolatba hozhatóak. A kulcsfogalmak más és más kontextusban, mélységben és egymáshoz való kapcsolódási lehetőséggel újra és újra megjelennek, segítve ezzel a matematika egységes látásmódjának kialakulását.

A tantárgy kulcsfogalmai tehát átfogó, a tanítási-tanulási folyamatban szükségszerűen ismétlődő fogalmak. E fogalmak jellegüknél fogva, tartalmi összetevőik révén igen gyakran érintkeznek is egymással. A kulcsfogalmak természetesen fokozatosan telítődnek konkrét tartalmakkal, azaz fokozatosan épül fel az a fogalmi háló, ami végül is a fogalmi műveltségben ölt(het) testet.

A tanulók értékelése

A javasolt ellenőrzési módszerek:

- **feladatlapok** (állítások igazságtartalmának eldöntése, hibakereséses feladatok elvégzése, egyszerű feleletválasztás, többszörös feleletválasztás ellenpéldák indoklásával, logikai feladatok megoldása indoklással stb.);

- **szóbeli felelet** (órán megoldott mintára feladatok számonkérése, házi feladatok helyes megoldásának szakszerű kommunikálása, lényegkiemelés, érvelés, kiselőadás felkészülés alapján, definíciók, tételek pontos kimondása, bizonyítások levezetése, órai feladatok stb.);
- **témazáró dolgozat** (nagyobb témakörök végén, vagy több témakör együttes zárásakor);
- **otthoni munka** (feladatok megoldása, gyűjtőmunka, megfigyelés, feladatok számítógépes megoldása stb.);
- **csoporthoz tartozó munka** (statisztikai adatgyűjtés, valószínűségi kísérletek elvégzése stb.);
- **projektmunka** és annak dokumentálása;
- **versenyeken, vetélkedőkön való szereplés**, elért eredmények.

A tantárgyi eredmények értékelése a hagyományos 5 fokozatú skálán történik. Fontos, hogy a tanulók

- **motiváltak legyenek** a minél jobb értékelés elnyerésére;
- tudják, hogy munkájukat hogyan fogják (szóban, írásban, osztályzattal) értékelni, – ez a tanár részéről **következetességet és céltudatosságot** igényel;
- számítsanak arra, hogy munkájuk elvégzése után **önértékelést** is kell végezniük;
- hallgassák meg **társaik értékelését** az adott szempontok alapján;
- fogadják meg **tanáraik észrevételeit, javaslatait**, kritikáit **akkor is, ha nem érdemjeggel történik az értékelés**, tudják hasznosítani a fejlesztő értékelési megnyilvánulásokat.

A tankönyvek kiválasztásának elvei

A matematika tantárgy tanításához a tanulók életkori sajátosságait figyelembe vevő, a szaknyelv használatát az adott életkornak megfelelően alkalmazó taneszközök, tankönyvek közül lehetőleg olyanokat kell használni, amelyek lehetőséget biztosítanak a sokoldalú képességfejlesztésre, tartalmukban korszerűek és tananyagstruktúrában a tanulói ismeretszerzés sajátosságaihoz illeszkednek, ezért a tananyag eredményesebb elsajátítását teszik lehetővé.

A taneszköz kiválasztásánál érdemes előnyben részesíteni az alábbi jellemzőket, ha azok értelmezhetők az adott taneszközzel:

- feladatokban gazdag,
- az egyéni haladást jól szolgáló, differenciált tanulást-tanítást támogató,
- az önálló tanulásra ösztönző, azt lehetővé tevő, tehát a tanulásirányítást jól megvalósító,
- legyen motiváló hatású, például matematikatörténeti kitekintés, utalás más tantárgyak tartalmára,
- tanultakat rendszerező és jól strukturált,
- tipográfiai jól szerkesztett (pl. ábrák, kiemelések), didaktikailag jól felépített tankönyveket.

Tantárgyi struktúra és óraszámok

	9. évf.	10. évf.
Matematika	4 óra	4 óra

Kerettantervi megfelelés

Jelen helyi tanterv az 51/2012. (XII.21.) EMMI rendelet:

3. sz. melléklet: Kerettanterv a gimnáziumok 9-12. évfolyama számára 3.3.2.2-es sorszámú matematika kerettanterve alapján készült.

A kerettanterv által biztosított 10 %-os szabad mozgástér a megtanított ismeretek elmélyítésére és a gyakorlásra kerül felhasználásra, tehát új tartalmi elemekkel a témák nem bővülnek, csak bizonyos résztémákra szánt órakeret került megnövelésre.

9–10. évfolyam

A 9–10. évfolyamon, a szemlélet alapján, a tevékenységeken, felfedeztetéseken keresztül korábban kialakított fogalmak pontos definiálására, az összefüggések felismerésére, modellek készítésére kell helyezni a fő hangsúlyt. Szükséges a matematika alkalmazási területeinek széles körű bemutatása a matematikán belüli problémák megoldásában, illetve más tudományok segítőjeként. Ezekben az években erősödik a tanulók önismerete, és megfelelő képességfejlesztéssel és módszertani változatossággal mind több tanulóban kialakulhat a matematika, illetve a természettudomány valamely ága iránti érdeklődés.

A megismerés módszerei között továbbra is fontos a gyakorlati tapasztalatszerzés, de az ismeretszerzés fő módszere a tapasztalatokból szerzett információk rendszerezése, igazolása, ellenőrzése, és az ezek alapján elsajátított ismeretanyag alkalmazása. Ezekben az évfolyamokon a fogalmak definiálásán, az összefüggések igazolásán, az ismeretek rendszerezésén, kapcsolataik feltárásán és az alkalmazási lehetőségek megismerésén van a hangsúly. Ezért a tanulóknak meg kell ismerkedniük a tudományos feldolgozás alapvető módszereivel. (Mindenkori által elfogadott alapelvek/axiómák, már bizonyított állítások, új sejtések, állítások megfogalmazása és azok igazolása, a fentiek összegzése, a nyitva maradt kérdések felsorolása, a következmények elemzése.)

A problémamegoldás megszerettetésének igen fontos eszközei lehetnek a matematikai alapú játékok. A gyerekek szívesen játszanak maradékos osztáson, oszthatósági szabályokon alapuló számjátékokat, és szimmetriákon alapuló geometriai, rajzos játékokat. Nyerni akarnak, ezért természetes módon elemezni kezdik a szabályokat, lehetőségeket. Olyan következtetésekre jutnak, olyan elemzéseket végeznek, amelyeket hagyományos feladatokkal nem tudnánk elérni. A matematikatanításnak ebben a szakaszában sok érdekes matematikatörténeti vonatkozással lehet közelebb hozni a tanulókhöz a tantárgyat. A témakör egyes elemeihez kapcsolódva mutassuk be néhány matematikus életútját. A geometria egyes területeinek (pl. szimmetriák) a művészetekben való alkalmazásait megjelenítve világossá tehetjük a tanulók előtt, hogy a matematika a kultúra elválaszthatatlan része. Az ezekre a témákra fordított idő bőven megtérül az ennek következtében növekvő érdeklődés, javuló motiváció miatt.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyökkel járhat a mindennapi életben, ha valaki jól tud problémákat megoldani. Gazdasági, sport témájú feladatokkal, számos geometriai és algebrai szélsőérték-feladattal lehet gyakorlati kérdésekre optimális megoldásokat keresni.

Ez az életkor már alkalmassá teszi a tanulókat az önálló ismeretszerzésre. Legyen követelmény, hogy egyes adatoknak, fogalmaknak, ismereteknek könyvtárban, interneten nézzenek utána. Ez a kutatómunka hozzájárulhat a tanulók digitális kompetenciájának növeléséhez, ugyanúgy, mint a geometriai és egyéb matematikai programok használata is. A számítógép által nyújtott határtalan lehetőségeket képesek legyenek felismerni, és hatékonyan felhasználni. Fontos célkitűzés, hogy a feladatmegoldások közben a számológépet segédeszközként tudják használni.

Ebben az életkori szakaszban már elvárható, hogy a tanulók a leírt szöveget pontosan megértsék, gondolataikat igyekezzenek szabatosan kifejtetni. A matematikai gondolkodásmód fejlődésével egyre magabiztosabban képesek véleményt nyilvánítani, érvelni, mások gondolatait megérteni.

Megjegyzés

A taneszközök oszlopban két rövidítést használunk:

T — tanulói eszközök;

TD — tanári demonstrációs eszközök.

9. évfolyam

Célok és feladatok

A 9. évfolyamon fontos cél az alapképességek továbbfejlesztése. El kell érni, hogy a szemléletes fogalmak többsége definiálásra kerüljön, azok tartalma tudatosuljon. A tételek kimondásakor a szükséges és elégséges feltételek megkülönböztetése történjen meg.

Másik fontos cél a kommunikációs készség továbbfejlesztése írásban és szóban egyaránt. A fejlesztésnek ki kell térnie arra, hogy a tanuló mások szóban vagy írásban közvetített gondolatait megértse, saját gondolatait megfelelően közvetítse. Mindezeket egyszerre fejleszthetjük és értékelhetjük a tankönyvi/feladatgyűjteményi szövegek értésével, az órai vitákban való érveléskészség, vitakészség fejlesztésével, a feladatmegoldások során a szóbeli válaszok, magyarázatok igénylésével. A matematikaórákon, a feladatmegoldásokban megfelelő pontossággal használtassuk az anyanyelvet, illetve a szaknyelvet, s fokozatosan bővítjük a jelölésrendszert.

Fontos, hogy a tanulók érezzék szükségét, hogy a feladatmegoldások helyességét ellenőrizzék, illetve amelyik feladatban az lehetséges, a várható eredményt előre megbecsüljék. A gyakorlati számításoknál is elkerülhetetlen kerekítés alkalmazásával el kell érniük, hogy a tanulók reális eredményeket fogadjanak el. Folyamatosan fejleszteniük kell a verbális kommunikáció mellett az igényes grafikus kommunikáció kialakítását is, megértetve a tanulókkal, hogy a jó gondolatok, megoldások semmit sem érnek, ha azt nem tudják valamilyen módon helyesen kinyilvánítani.

A matematika elemi fogalmait, összefüggéseit más tantárgyakban és a mindennapi életben is alkalmazzuk, éppen ezért nagy hangsúlyt kell fektetni az egyszerű, közérthető, frappáns alkalmazások megválasztására, mert ezzel a matematika hasznosságát mutatjuk meg.

Kiemelt fontosságú, hogy a már biztos számfogalomra építve eljussunk a valós szám fogalmához, beleértve a racionális és az irracionális számok fogalmának megértését. A számítások elvégzéséhez használtassuk a számológépet, tudatosítsuk az eszköz előnyeit és korlátait. A műveletek sorát bővíteni kell.

Folyamatosan nagy hangsúlyt kell fektetnünk a szövegértő képesség fejlesztésére, az algoritmikus gondolkodás erősítésére a szöveg alapján matematikai modellek készítésére. A kombinatorikus feladatok, a geometriai transzformációk, a megismert síkidomok tulajdonságaiban való tájékozódás, a valós számok halmazának megértése fejleszti a rendszerező képességet.

A geometria eszközeinek felhasználásával fejleszteniük kell a tanulók síkban való tájékozódását, a 9. évfolyamon erre leginkább a geometriai transzformációk értése és alkalmazása ad lehetőséget. Fontos feladat a tervezés, a konstrukciós, analízis képesség, valamint a diszkussziós igény kialakítása.

A függvény szemlélet fejlesztése a hozzárendelések szabályként való értelmezésével, valamint a függvénykapcsolatokhoz a megfelelő modell megkeresésével lehetséges. A transzformációk mint függvények értelmezése, a matematika különböző területei közötti kapcsolatok keresésére ad alkalmat.

Nagyon fontos cél a 9. évfolyamon is a sejtések megfogalmazása, új összefüggések felfedezése, a bizonyítási igény kialakítása, egyes tételek konkrét bizonyítása is.

A matematika iránti érdeklődés erősíthető az elemi számelmélet alapvető problémáival és a matematikatörténeti vonatkozásaival.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák, melyek már tartalmazzák a számonkérésre, az ismétlésre és a rendszerezésre szánt óramennyiséget.

Témakörök

	Javasolt óraszámok
	4 óra/hét (144 óra)
1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	21 óra
2. Számelmélet, algebra	58 óra
3. Függvények	17 óra
4. Geometria	40 óra
6. Statisztika. Valószínűség.	8 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	Órakeret javasolt össz- óraszám 21 óra
--	---	---

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok 1.1 Halmazok, ponthalmazok	
Előzetes tudás	Csoportosítás különböző szempontok alapján. Halmazműveletek véges halmazokon. Halmazábra. Részhalmaz. Számhalmazok, ponthalmazok.	
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A halmaz fogalmának mélyítése, alkalmazása problémamegoldásra, matematikai modellek alkotására. Több szempont alkalmazásával a megosztott figyelem fejlesztése. Definíciók, jelölések használata során az emlékezet fejlesztése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Intervallumok: zárt, nyílt, félig zárt, félig nyílt. A fogalom szemléletes kialakítása, majd definiálása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
n elemű halmaz részhalmazainak a száma. Korábbi ismeretek felhasználása, a tanult jelölések alkalmazása. Halmazok számossága. Véges és végtelen halmazok, megszámlálható, nem megszámlálható halmazok. <i>Matematikatörténet:</i> Georg Cantor.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás	Magyar nyelv és irodalom: mondatok, szavak, hangok rendszerezése.	T: számítógép, interaktív tábla

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
<p>Halmazműveletek: unióképzés, metszetképzés, különbségképzés, komplementer halmaz. Halmazműveletek alkalmazása több halmazra. Definíciók megfogalmazása, megértése. Halmazok felbontása diszjunkt halmazok uniójára.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.</p>	<p><i>Informatika:</i> adatbázis-kezelés, adatállományok, adatok szűrése különböző szempontok szerint. <i>Biológia-egészségtan:</i> rendszertan.</p>	
<p>Nevezetes ponthalmazok: –adott térelemtől adott távolságra lévő pontok halmaza – síkban és térben; –két térelemtől egyenlő távol lévő pontok halmaza – síkban és térben. Vegyes feladatok ponthalmazok és halmazműveletek alkalmazására szerkesztéssel is.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.</p>	<p><i>Informatika:</i> geometriai szerkesztőprogram.</p>	
<p>Ponthalmazok a koordinátasíkon. Koordinátákkal megadott feltételek. Descartes-szorzat. <i>Matematikatörténet:</i> René Descartes.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás</p>		<p>T: számítógép, interaktív tábla</p>
<p>Kulcsfogalmak/Fogalmak</p>	<p>Véges és végtelen halmaz, unió, metszet, különbség, komplementerhalmaz, Descartes-féle szorzat. Intervallum.</p>		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok 1.2 Matematikai logika	
Előzetes tudás	Állítások megfogalmazása a hétköznapi életből. Matematikai állítások vizsgálata. Igaz és hamis állítások. Állítás tagadása.	
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Matematikai állítások helyes megfogalmazása, érvelés, vitakultúra fejlesztése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Matematikai tartalmú szöveg értelmezése. Tétel kimondása, bizonyítása. Állítás és megfordítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Logikai szita. Modellalkotás egy-egy tipikus problémára.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Sejtés, bizonyítás.		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok 1.3 Kombinatorika	
Előzetes tudás	Elemek sorba rendezése, adott szempont szerinti kiválasztása, gráf használata egyszerű leszámolási feladatokban.	
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A kombinatorikai problémák felfedezése a hétköznapi életben, modellek alkalmazása. A rendszerező képesség, a figyelem fejlesztése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A szorzási és összeadási szabály. Az összeszámlálás technikáinak megértése, alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Sorba rendezés. Kiválasztás. A szöveg matematikai nyelvre fordítása, matematikai modell készítése. Kombinatorikai problémák felfedezése a mindennapokban. $n!$, n^k . Az összeszámlálási módszer megértése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Szorzási szabály, összeadási szabály, faktoriális.		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra	Órakeret javasolt össz- óraszám 58 óra
--	--------------------------------	---

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra 2.1. Valós számok	
Előzetes tudás	Természetes számok, egész számok, racionális számok halmaza. Műveletek elvégzése a racionális számok halmazán fejen, írásban. Műveletek sorrendje, zárójelek használata. Hatványozás. A négyzetgyök fogalma.	
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A számkörbővítés elveinek megértése. Gondolkodás: ismeretek rendszerezésének fejlesztése. Az absztrakciós készség fejlesztése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
<p>Számok normálalakja. Számolás normálalakban felírt számokkal. Normálalak a számológépen. A természettudományokban és a társadalomban előforduló nagy és kis mennyiségekkel történő számolás. Számok tizedes tört alakja. Véges, végtelen szakaszos, végtelen nem szakaszos tizedes törtek. Irracionális számok. A valós számkör. Műveleti tulajdonságok alkalmazása: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás. A valós számok és a számegyenes kapcsolata. A racionális számok halmaza nem elegendő a számegyenes pontjainak jelölésére.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.</p>	<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> a tér, az idő, az anyagmennyiség nagy és kis méreteinek megadása normálalakkal.</p>	<p>T: Számológép</p>

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Tan eszközök
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Valós szám, normálalak, kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra 2.2. Algebrai kifejezések használata			
Előzetes tudás	Összefüggések leírása algebrai kifejezésekkel, helyettesítési érték, zárójelfelbontás.			
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár			
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla			
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Algebrai kifejezések biztonságos használata, célszerű átalakítási módok megtalálása, elvégzése. Direkt bizonyítási módszer alkalmazása. Ismeretek tudatos memorizálása, az emlékezet fejlesztése.			

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Tan eszközök
Algebrai kifejezések. – Egész kifejezések, polinomok, törtek kifejezések. Racionális és nem racionális kifejezések. – A kifejezés értelmezési tartománya. – Helyettesítési érték. Műveleti tulajdonságok (kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás) vizsgálata.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika; kémia:</i> mennyiségek kiszámítása képlet alapján, képletek átrendezése.	
Műveletek többtagú egész algebrai kifejezésekkel. Többtagú kifejezés szorzása többtagú kifejezésekkel – zárójelfelbontás, előjelszabályok. Többtagú kifejezés szorzattá alakítása kiemeléssel.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
<p>Nevezetes azonosságok: $(a \pm b)^2$; $(a + b) \cdot (a - b)$; $(a \pm b)^3$; $(a + b + c)^2$; $a^3 - b^3$; $a^3 + b^3$ Ismeretek (képletek) tudatos memorizálása. Geometria és algebra összekapcsolása az azonosságok igazolásánál.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.</p>		
<p>Azonos átalakítások. –Polinomok összeadása, kivonása, szorzása, hatványozása. Kiemelés, szorzattá alakítás. Kifejezések legnagyobb közös osztója, legkisebb közös többszöröse. –Algebrai törtek összeadása, kivonása, szorzása, osztása. Egyszerűsítés. Bővítés. A tanult azonosságok, tulajdonságok felhasználása algebrai átalakítások, egyszerűsítések során. <i>Matematikatörténet.</i></p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.</p>	<p><i>Fizika; kémia:</i> képletek értelmezése, egyenletek rendezése.</p>	<p>T: számítógép interaktív tábla</p>
<p>Kulcsfogalmak/Fogalmak</p>	<p>Algebrai kifejezés, polinom, algebrai tört, azonosság.</p>		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra 2.3 Oszthatóság	
Előzetes tudás	Osztó, többszörös, prímszám, prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös.	
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Algebrai azonosságok alkalmazása oszthatósági feladatokban, az ismeretek összekapcsolásának felfedezése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Osztó, többszörös, oszthatóság, oszthatósági szabályok. Algebrai azonosságok alkalmazása oszthatósági feladatokban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
A tanult ismeretek felidézése: prímszám, összetett szám, prímtényező felbontás. A számelmélet alaptétele. Végtelen sok prímszám van. Osztok számának meghatározása a prímtényező felbontásból. <i>Matematikatörténet:</i> Euklidesz, Eratoszthenész, Euler.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: számítógép interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Osztó, oszthatóság, prímszám, összetett szám, prímtényező felbontás.		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra 2.4 Egyenlet, egyenlőtlenség, egyenletrendszer	
Előzetes tudás	Egyismeretlenes elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. Alaphalmaz vizsgálata, ellenőrzés. Azonosság. Szöveges feladatok – matematikai modell alkotása.	
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; az ellenőrzés fontosságának belátása. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a problémának megfelelően. Számológép használata.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Elsőfokú egyenletek. –Alaphalmaz, megoldáshalmaz. –Ekvivalens átalakítások. –Mérlegelv. Egyenletek algebrai, grafikus megoldása. Digitális technikák használata az egyenletmegoldás során.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Elsőfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok. A korábban tanult feladattípusok megoldási módszereinek elmélyítése. A mindennapokhoz kapcsolódó problémák matematikai modelljének elkészítése, egyenlet felírása; a megoldás ellenőrzése, a gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> kinematika, dinamika. <i>Kémia:</i> oldatok összetétele.	T: Számológép
Törtes egyenletek, egyenlőtlenségek. Értelmezési tartomány. Ekvivalens átalakítások. Az ellenőrzés szerepe, szükségessége. Törtek előjelének vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Abszolút értéket tartalmazó egyenletek, egyenlőtlenségek.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Elsőfokú egyenletrendszerek. – Grafikus megoldás. – Behelyettesítő módszer. – Egyenlő együtthatók módszere. – Új ismeretlen bevezetése. Különböző módszerek megismerése és alkalmazása ugyanarra a problémára. Egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok. A kapott eredmény értelmezése, valóságtartalmának vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika</i> : számítógépes program használata.	T: Számológép
Egyenlőtlenségek grafikus megoldása. Egyenlőtlenségek algebrai megoldása. Egyismeretlenes egyenlőtlenségrendszer.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Elsőfokú egyenlet, egyenlőtlenség, értelmezési tartomány, azonosság. Ekvivalens átalakítás, hamis gyök.		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Függvények	Órakeret javasolt óra- szám 17 óra
Előzetes tudás	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben. Lineáris függvények, fordított arányosság függvénye, abszolút érték-függvény, másodfokú függvény ismerete.	
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Függvény-transzformációk algebrai és geometriai megjelenítése. Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Számítógép bevonása a függvények ábrázolásába, vizsgálatába.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák	Kapcsolódási pontok	Tananyagok
Függvény fogalma. Értelmezési tartomány, értékkészlet. A függvény megadási módjai, ábrázolása, jellemzése. Új fogalmak: paritás, korlátosság.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> függvényábrázolás, grafikonkészítés számítógépes program segítségével.	TD: interaktív tábla
Egyenes arányosság. Elsőfokú függvények, lineáris függvények. Lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapi életben.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika; kémia:</i> egyenesen arányos mennyiségek.	TD: interaktív tábla
Abszolút érték-függvény. Másodfokú függvények. Teljes négyzetté kiegészítés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> függvényábrázolás, grafikonkészítés számítógépes program segítségével.	TD: interaktív tábla
Fordított arányosság, elsőfokú törtfüggvény.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika; kémia:</i> fordítottan arányos mennyiségek.	TD: interaktív tábla

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
<p>Függvénytranszformációk. A tanult függvények többlépéses transzformációi az alábbiak összetételével: $f(x)+c$; $f(x+c)$; $c \cdot f(x)$; $f(c \cdot x)$; $f(x)$. Függvények jellemzése (értékkészlet, monotonitás, szélsőérték, korlátosság, paritás, zérushely).</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.</p>	<p><i>Fizika:</i> a megfigyelés időbeli és térbeli kezdőpontja változásának hatása a mennyiségek közötti összefüggésekre.</p>	<p>TD: interaktív tábla</p>
<p>Kulcsfogalmak/Fogalmak</p>	<p>Függvény grafikonja. Paritás, korlátosság.</p>		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret javasolt össz- óraszám 40 óra
--	---------------------	---

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria 4.1 Sokszögek	
Előzetes tudás	Tételek kölcsönös helyzete, távolsága. Háromszögek, négyszögek, sokszögek tulajdonságai. Speciális háromszögek, négyszögek elnevezése, felismerése, tulajdonságai. Háromszögek szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. A Pitagorasz-tétel és a Thalész-tétel ismerete.	
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A geometriai szemlélet, látásmód fejlesztése. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Bizonyítási igény kialakítása. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számológép, számítógép használata.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák	Kapcsolódási pontok	Tananyagok
Geometriai alapfogalmak. Tételek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		TD: interaktív tábla
A háromszög oldalai és szögei. –Háromszög-egyenlőtlenség. –Összefüggések a háromszög szögei között – belső szögek, külső szögek. –Összefüggések a háromszög oldalai és szögei között. A háromszögek szögeiről, oldalairól tanult tételek bizonyítása, alkalmazása számítási, szerkesztési és bizonyítási feladatokban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		TD: interaktív tábla

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
<p>A háromszögek nevezetes vonalai:</p> <ul style="list-style-type: none"> –A háromszög oldalfelező merőlegesei, a háromszög köré írt köre. –A háromszög magasságvonalai, magasságpontja. –A háromszög szögfelező egyenesei, a háromszög beírt köre, hozzáírt körei. –A háromszög súlyvonalai, súlypontja. <p>A háromszögek nevezetes vonalairól és köreiről tanult tételek bizonyítása, alkalmazása számítási, szerkesztési és bizonyítási feladatokban. Euler-egyenes, Feuerbach-kör bemutatása grafikus programmal.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.</p>	<p><i>Informatika:</i> geometriai szerkesztő program használata.</p>	<p>TD: interaktív tábla</p>
<p>Négyszögek, sokszögek, szabályos sokszögek. Belső és külső szögek összege. Átlók száma.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.</p>		<p>TD: interaktív tábla</p>
<p>Pitagorasz-tétel és megfordításának bizonyítása és alkalmazása. Számítási feladatok síkban és térben. A tétel és megfordításának alkalmazása bizonyítási feladatokban. <i>Matematikatörténet:</i> Pitagorasz.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.</p>	<p><i>Fizika:</i> vektor felbontása merőleges összetevőkre.</p>	<p>T: Számológép TD: interaktív tábla</p>
<p>Thalész tétele és a tétel megfordításának bizonyítása és alkalmazása. Szerkesztési és bizonyítási feladatok. Körérintő szerkesztése. <i>Matematikatörténet:</i> Thalész.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.</p>		<p>TD: interaktív tábla</p>
<p>Kulcsfogalmak/Fogalmak</p>	<p>Hozzáírt kör. Sokszög.</p>		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria 4.2 Geometriai transzformációk	
Előzetes tudás	Geometriai transzformációk, a szimmetria felismerése környezetünkben, alkalmazásuk egyszerű feladatokban.	
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepének felismertetése a matematikában és a valóságban. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számológép, számítógép használata.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Geometriai transzformáció fogalma. Egybevágósági transzformációk rendszerezése. Tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli elforgatás, eltolás. A geometriai transzformációk tulajdonságai: – fixpont, fixegyenes, fixesík; – szögtartás, távolságtartás, irányítástartás; Geometriai transzformációk szorzata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		TD: interaktív tábla
Az egybevágóság fogalma. Egybevágó alakzatok felismerése. Alakzatok egybevágósága. A háromszögek egybevágóságának alapesetei.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		TD: interaktív tábla
Szimmetrikus alakzatok. A szimmetrián alapuló tulajdonságok felismerése: szögek, szakaszok egyenlősége.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Vizuális kultúra:</i> művészet-történeti stíluskorszakok.	TD: interaktív tábla

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Szerkesztési, számítási és bizonyítási feladatok. Az egybevágóság, a szimmetria felismerése, hatékony alkalmazása. Vázlatkészítés, elemzés, diszkusszió.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		TD: interaktív tábla
A paralelogramma, a háromszög és a trapéz középvonala. A középpontos tükrözés alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.		TD: interaktív tábla
A vektor. Ellentett vektorok, nullvektor, egyenlő vektorok, vektor abszolút értéke. Műveletek vektorokkal: – összeadás; – kivonás;	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> vektormennyiségek.	TD: interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Geometriai transzformáció, egybevágósági transzformáció, szimmetrikus alakzat. Vektorművelet, paralelogramma-módszer, nullvektor, ellentett vektor, egyenlő vektor.		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	6. Statisztika. valószínűség	Órakeret javasolt óra- szám 8 óra
Előzetes tudás	Adatok elemzése, átlag, táblázatok, grafikonok használata, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség fogalma. Százalékszámítás.	
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tapasztalatszerzés kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése, következtetések. Diagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák	Kapcsolódási pontok	Tananyagok
<p>Statisztikai adatok gyűjtése, elemzése és ábrázolása. Adatok rendezése, osztályokba sorolása, táblázatba rendezése, ábrázolása. Következtetések levonása. Számológép használata. Adathalmazok jellemzői: terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.</p>	<p><i>Földrajz:</i> időjárási, éghajlati és gazdasági statisztikák. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram). <i>Informatika:</i> adatkezelés, adatfeldolgozás, információ-megjelenítés.</p>	<p>T: Számítógép TD: Számítógép</p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Terjedelem, szórás.		

Továbbhaladás feltételei

- Tájékozott a racionális számkörben.
- Ismeri a részhalmaz, unió, metszet, két halmaz különbsége fogalmakat.
- Ismeri és alkalmazza a hatványozás azonosságait.
- Ismeri számok és kifejezések abszolút értékének fogalmát, alkalmazza a számok normál alakját.
- Biztonsággal használja a másodfokú azonosságokat.
- Biztonsággal végzi a négy alpművelet egyszerű algebrai kifejezésekkel.
- Nagy biztonsággal old meg egyszerű törtes egyenleteket, kétismeretlenes elsőfokú egyenletrendszereket.
- Jól alkalmazza a százalékszámítást gyakorlati feladatokban is.
- Ismeri a 3-mal és a 9-cel való oszthatóság feltételét.
- Képe számok prímtényezőkre való bontására.
- Tájékozott az alapfüggvények (lineáris, másodfokú, abszolút érték, $\frac{a}{x}$) tulajdonságaiban.
- Képes képlettel megadott függvényt értéktáblázat segítségével ábrázolni.
- Ismeri a speciális háromszögek, négyszögek és szabályos sokszögek tulajdonságait.
- Ismeri a háromszög nevezetes vonalainak, a háromszög beírt és körülírt körének fogalmát és tulajdonságait.
- Ismeri a körrel kapcsolatos fogalmakat és az érintő tulajdonságait.
- Felhasználja az eltolás és a tükrözés tulajdonságait egyszerű feladatokban.
- Képes számsokaság számtani közepének kiszámítására.
- Ismeri a módusz és a medián fogalmát.
- Alapszinten értelmezi a kördiagram, oszlopdiagram adatait

10. évfolyam

Célok és feladatok

A 10. évfolyamon is fontos cél, hogy a különböző témakörökben megismert összefüggések feladatokban, gyakorlati problémákban való alkalmazása, más témakörökben való felhasználhatóságának felismerése, alkalmazásképes tudása fejlessze a tanulók matematizáló tevékenységét. Törekedni kell arra, hogy a tanulók egyre inkább képesek legyenek a köznapi gondolkodás és a matematikai gondolkodás megkülönböztetésére.

A problémaérzékenységre, a problémamegoldásra nevelés fontos feladatunk. Ehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése, s az hogy a tanulók minél többször önállóan oldjanak meg feladatokat, aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban. A 10. évfolyamon is szükség van a bizonyítási igény további fejlesztésére és az algoritmikus gondolkodás továbbfejlesztésére.

A különböző feladatok megoldásában törekedni kell arra, hogy a megoldások keresése önállóan történjék, lehetőség legyen a tanulói felfedezésekre, önálló eljárások keresésére, továbbá minél gyakrabban kerüljenek a tanulók olyan feladat elé, ahol a matematika eszközként való felhasználása segíti a gyakorlati és természettudományos problémák megoldását. Szükség van eközben a valós helyzetek értelmezésére, megértésére és értékelésére.

Ezen az évfolyamon fokozottan figyelni kell arra, hogy alakítsuk ki a diszkussziós igényt az algebrai feladatoknál is.

Az algebrai és grafikus módszerek együttes alkalmazása a problémamegoldásban lehetőséget nyújt a matematika különböző területeinek az összekapcsolására.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák, melyek már tartalmazzák a számonkérésre, az ismétlésre és a rendszerezésre szánt óramennyiséget.

Témakörök

	Javasolt óraszámok
	4 óra/hét (144 óra)
1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	10 óra
2. Számelmélet, algebra	54 óra
3. Függvények	10 óra
4. Geometria	20 óra
5. Szögfüggvények.	40 óra
6. Statisztika. Valószínűség.	10 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	Órakeret javasolt össz- óraszám 10 óra
--	---	---

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok 1.2 Matematikai logika	
Előzetes tudás	Állítások megfogalmazása a hétköznapi életből. Matematikai állítások vizsgálata. Igaz és hamis állítások. Állítás tagadása.	
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A köznapiban használt logikai következtetések és a matematikai logikában használt kifejezések összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendszerezése a célnak megfelelően. Matematikai állítások helyes megfogalmazása, érvelés, vitakultúra fejlesztése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Tananyagok
Állítás és megfordítása. Direkt, indirekt bizonyítás. Szükséges, elégséges, szükséges és elégséges feltétel. Állítások megsejtése, bizonyítás vagy cáfolat megadása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Logikai műveletek: NEM, ÉS, VAGY, „Minden”, „van olyan”, ha ..., akkor. A köznapiban szóhasználat és a matematikai kifejezés kapcsolatának megértése. Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, alkalmazása. Érvelés és vita, ellenpélda szerepe.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> retorikai alapismeretek.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Skatulyaelv.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Logikai művelet (NEM, ÉS, VAGY. Ha.... akkor), szükséges és elégséges feltétel.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok 1.3 Kombinatorika	
Előzetes tudás	Elemek sorba rendezése, adott szempont szerinti kiválasztása, gráf használata egyszerű leszámolási feladatokban.	
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A kombinatorikai problémák felfedezése a hétköznapi életben, modellek alkalmazása. A rendszerező képesség, a figyelem fejlesztése. Gráfok segédeszközként való használata a gondolkodásban.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Sorba rendezés. Kiválasztás. A szöveg matematikai nyelvre fordítása, matematikai modell készítése. Kombinatorikai problémák felfedezése a mindennapokban. $n!$, n^k . Az összeszámlálási módszer megértése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Gráfok: csúcs, él, foksám. Gráfok alkalmazása feladatmegoldásban. Gondolatmenet megjelenítése gráffal.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Kémia:</i> molekulák szerkezete. <i>Informatika:</i> számítógépes hálózatok felépítése. <i>Földrajz:</i> térképek, úthálózat.	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Szorzási szabály, összeadási szabály, faktoriális, gráf, csúcs, él, foksám.		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra	Órakeret javasolt össz- óraszám 54 óra
--	--------------------------------	---

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra 2.1. Valós számok	
Előzetes tudás	Természetes számok, egész számok, racionális számok halmaza. Műveletek elvégzése a racionális számok halmazán fejen, írásban. Műveletek sorrendje, zárójelek használata. Hatványozás. A négyzetgyök fogalma.	
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A számkörbővítés elveinek megértése. Gondolkodás: ismeretek rendszerezésének fejlesztése. Az absztrakciós készség fejlesztése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Négyzetgyök fogalma. A négyzetgyökvonás azonosságai. –Az indirekt bizonyítás: $a\sqrt{2}$ irracionális. –Bevitel a gyökjel alá, kiemelés a gyökjel alól. –Nevező gyöktelenítése. Műveletek gyökös kifejezésekkel.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Az n-edik gyök fogalma.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Négyzetgyök, n-edik gyök.		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra 2.2. Algebrai kifejezések használata	
Előzetes tudás	Összefüggések leírása algebrai kifejezésekkel, helyettesítési érték, zárójelfelbontás.	
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Algebrai kifejezések biztonságos használata, célszerű átalakítási módok megtalálása, elvégzése. Direkt bizonyítási módszer alkalmazása. Ismeretek tudatos memorizálása, az emlékezet fejlesztése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Két szám számtani- és mértani közepe, a közöttük lévő egyenlőtlenség. Algebrai bizonyítás.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Számtani közép, mértani közép.		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra 2.4 Egyenlet, egyenlőtlenség, egyenletrendszer	
Előzetes tudás	Egyismeretlenes elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. Alaphalmaz vizsgálata, ellenőrzés. Azonosság. Szöveges feladatok – matematikai modell alkotása.	
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; az ellenőrzés fontosságának belátása. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a problémának megfelelően. Számológép használata.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
<p>Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Grafikus megoldás. – Teljes négyzetté kiegészítés. <p>Egyenletmegoldás szorzattá alakítással.</p> <p>Algoritmus keresése a megoldásra.</p> <p>A másodfokú egyenlet megoldóképlete.</p> <p>A megoldóképlet készségi szintű alkalmazása.</p> <p>Számológép használata.</p> <p>A másodfokú egyenlet diszkriminánsa.</p> <p>Diszkusszió.</p> <p>Gyöktényezős alak, Viete-formulák.</p> <p>Másodfokúra visszavezethető egyenletek.</p> <p>Új ismeretlen bevezetése.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> egyenletek megoldhatósága.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.</p> <p>Frontális munka.</p> <p>Tanulói kiselőadás.</p>		<p>T: Számológép Interaktív tábla</p> <p>TD: Interaktív tábla</p>

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
<p>Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok. Modellalkotás, megoldási módszerek. Szövegben történő ellenőrzés.</p> <p>Másodfokú függvények vizsgálata. Teljes négyzetté alakítás használata. Számítógépes program használata.</p> <p>Szélsőérték-feladatok. Másodfokú függvény vizsgálatával.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.</p>	<p><i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás leírása.</p> <p><i>Informatika:</i> számítógépes program használata.</p>	<p>T: Számológép TD: Interaktív tábla</p>
<p>Másodfokú egyenlőtlenségek. A megoldás megadása másodfokú függvény vizsgálatával.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.</p>		<p>T: Számológép TD: Interaktív tábla</p>
<p>Másodfokú egyenletrendszer. Másodfokú egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok. Emlékezés korábban megismert módszerekre, alkalmazás az adott környezetben.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.</p>	<p><i>Fizika:</i> ütközések.</p>	<p>T: Számológép TD: Interaktív tábla</p>
<p>Négyzetgyökös egyenletek. –Ekvivalens és nem ekvivalens egyenlet-megoldási lépések. –Hamisgyök, gyökvesztés. –Értelmezési tartomány. Ekvivalens átalakítások. Az ellenőrzés szerepe, szükségessége.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.</p>		<p>T: Számológép TD: Interaktív tábla</p>
<p>Kulcsfogalmak/Fogalmak</p>	<p>Másodfokú egyenlet, egyenlőtlenség, teljes négyzetté alakítás, megoldóképlet, diszkrimináns, diszkusszió. Egyenletrendszer. Négyzetgyökös egyenlet.</p>		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Függvények	Órakeret javasolt óra- szám 10 óra
Előzetes tudás	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben. Lineáris függvények, fordított arányosság függvénye, abszolút érték-függvény, másodfokú függvény ismerete.	
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Függvény-transzformációk algebrai és geometriai megjelenítése. Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Számítógép bevonása a függvények ábrázolásába, vizsgálatába.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Hatványfüggvények. Gyökfüggvények. A függvénygrafikonok elkészítése és használata a függvény jellemzésére.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> függvényábrázolás, grafikonkészítés számítógépes program segítségével.	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Függvénytranszformációk. A tanult függvények többlépéses transzformációi az alábbiak összetételével: $f(x)+c$; $f(x+c)$; $c \cdot f(x)$; $f(c \cdot x)$; $ f(x) $. Függvények jellemzése (értékkészlet, monotonitás, szélsőérték, korlátosság, paritás, zérushely).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> a megfigyelés időbeli és térbeli kezdőpontja változásának hatása a mennyiségek közötti összefüggésekre.	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Függvény grafikonja. Paritás, korlátosság.		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria 4.2 Geometriai transzformációk	Órakeret javasolt óra- szám 20 óra
Előzetes tudás	Geometriai transzformációk, a szimmetria felismerése környezetünkben, alkalmazásuk egyszerű feladatokban.	
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számológép, számítógép használata.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Műveletek vektorokkal: <ul style="list-style-type: none"> – összeadás (paralelogramma módszer, láncmódszer); – kivonás; – számmal való szorzás. Vektor felbontása összetevőkre. A vektorműveletek tulajdonságai. Szerkesztési feladatok. Vektorműveletek gyakorlása síkbeli és térbeli ábrákon is. Analógia a számhalmazokon végzett műveletekkel. Bázisvektorok, bázisrendszer. Vektorok koordinátái. Vektor hosszának számítása. Helyvektor, szabadvektor.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> vektormennyiségek.	TD: Interaktív tábla
A párhuzamos szelők tétele és megfordítása. A párhuzamos szelőszakaszok tétele. Szakasz arányos osztása. Számítási és bizonyítási feladatok.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
<p>A középpontos hasonlóság fogalma és tulajdonságai. A hasonlósági transzformáció fogalma és tulajdonságai. Aránytartó transzformáció. Szerkesztési, számítási, bizonyítási feladatok.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.</p>	<p><i>Földrajz</i>: térképek.</p>	<p>T: Számológép TD: Interaktív tábla</p>
<p>Hasonló alakzatok. A háromszögek hasonlóságának alapesetei. A sokszögek hasonlósága. A hasonló síkidomok területének aránya. A hasonló testek felszínének és térfogatának aránya.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.</p>	<p><i>Fizika</i>: hasonló háromszögek alkalmazása – lejtőmozgás, geometriai optika.</p>	<p>T: Számológép</p>
<p>Arányossági tételek háromszögekben. Szögfelező tétel, magasságtétel, befogótétel. Mértani közép szerkesztése.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.</p>	<p><i>Vizuális kultúra</i>: festészet, építészet.</p>	<p>T: Számológép TD: Interaktív tábla</p>
<p>A kör és részei. A kör kerülete, területe. Körív hossza. Körcikk területe. Körselet területe. Kerületi és középponti szögek és a hozzá kapcsolódó tételek. Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak jegyzése, következtetések levonása. Húrnégyszögek és érintő-négyszögek definíciója, tételei. Speciális érintő-négyszögek, húrnégyszögek. Látókörv. Látókörv szerkesztése.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.</p>		<p>T: Számológép TD: Interaktív tábla</p>
<p>Kulcsfogalmak/Fogalmak</p>	<p>Hasonlósági transzformáció, hasonló alakzat, számtani és mértani közép, kerületi és középponti szög, húrnégyszög, érintő-négyszög, látókörv. Vektorművelet, vektorfelbontás. Bázisvektor, bázisrendszer, vektorkoordináta. Helyvektor, szabadvektor.</p>		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Szögfüggvények	Órakeret javasolt óra- szám 40 óra
Előzetes tudás	Hasonlóság alkalmazása számolási feladatokban, vektorok koordinátáinak használata.	
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Síkbeli és térbeli ábra készítése a valós geometriai problémáról. Számítási feladatok, a megoldáshoz alkalmas szögfüggvény megtalálása. Számológép, számítógép használata.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Távolságok, magasságok meghatározása arányokkal. A valóság kicsinyített ábrájáról szögek és szakaszok meghatározása mérésrel és számolással. A hegyesszögek szögfüggvényeinek definíciója. Szögfüggvény értékének és szögek értékének meghatározása számológéppel. Számítási feladatok szögfüggvények használatával síkban és térben.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> lejtőn mozgó testre ható erők kiszámítása.	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Nevezetes szögek szögfüggvényei: 30° ; 60° ; 45° . Összefüggések egy hegyesszög szögfüggvényei között. Pótszögek szögfüggvényei. Egyszerű trigonometrikus összefüggések bizonyítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
A szög ívmértéke. A radián mint mértékegység. Átváltás fok és radián között.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> szögsebesség.	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Szögfüggvény, ívmérték, periódus, radián. Forgásszög, egységvektor, egységkör.		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	6. Statisztika. valószínűség	Órakeret javasolt óra- szám 10 óra
Előzetes tudás	Adatok elemzése, átlag, táblázatok, grafikonok használata, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség fogalma. Százalékszámítás. Diagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése.	
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tapasztalatszerzés kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése, következtetések. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Véletlen jelenségek megfigyelése. Kockadobások, pénzérme. Véletlen jelenségek számítógépes szimulációja.	Kísérletezés önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Esemény, eseménytér, biztos esemény, lehetetlen esemény, komplementer esemény. Műveletek eseményekkel. Kétváltozós műveletek értelmezése. Egyszerűbb események valószínűségének kiszámítása. Klasszikus valószínűségi modell. A valószínűség meghatározása kombinatorikus eszközökkel.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Klasszikus valószínűségi modell.		

Továbbhaladás feltételei

- Különbséget tesz kimondott és bebizonyított összefüggések között.
- Meg tud oldani egyszerű sorbarendezési és kiválasztási feladatokat konkrét elemszám esetén.
- Tájékozott a valós számok halmazának felépítésében
- Biztonsággal alkalmazza a másodfokú egyenlet megoldóképletét.
- Ismeri két pozitív szám számtani és mértani közepének fogalmát.
- Gyakorlata van másodfokú egyenletre vezető egyszerű szöveges feladatok megoldásában.
- Alapszinten képes egyszerű négyzetgyökös egyenlet megoldására és a megoldások ellenőrzésére.
- Pontosan tudja a szögfüggvények definícióját.
- Érti a hasonlóság szemléletes tartalmát.
- Felismeri a hasonlóság lehetőségét egyszerű gyakorlati feladatokban.
- Ismeri a háromszög hasonlósági alapeseteit ismerete, és alkalmazza egyszerű esetekben.
- Ismeri a háromszög súlyvonalának és súlypontjának fogalmát.
- Ki tudja számolni hasonló síkidomok területének, hasonló testek térfogatának arányát.
- Jól alkalmazza a Gyakoriság, relatív gyakoriság, esély, valószínűség fogalmát feladatokban.

A fejlesztés várt eredményei a 9-10 évfolyamos ciklus végén

Gondolkodási és megismerési módszerek

- Halmazműveletek alkalmazása számhalmazokra, ponthalmazokra, intervallumokra, véges és végtelen halmazokra.
- Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése.
- Bizonyítási módszerek ismerete, a logikai szita és a skatulyaelv alkalmazása feladatmegoldás során.
- Szorzási és összeadási szabály alkalmazása kombinatorikai feladatokban.
- Gráfok használata gondolatmenet szemléltetésére.

Számelmélet, algebra

- Racionális és irracionális számok – a valós számok halmazának szemléletes fogalma.
- Számok normálalakja, normálalakkal műveletek végzése.
- Biztos műveletvégzés, műveletek sorrendje, zárójelek használata.
- Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek, azonosságok alkalmazása.
- A gyökvonás fogalmának ismerete, a gyökvonás azonosságainak alkalmazása, négyzetgyökös egyenletek megoldása.
- Első és másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek megoldási módszereinek használata. Szöveges feladatok megoldása.
- Másodfokúra vezető szélsőérték-problémák megoldása teljes négyzetté alakítással.
- A számológép használata.

Függvények, az analízis elemei

- A függvény fogalmának mélyülése. Új függvényjellemzők ismerete: korlátosság, paritás.
- Többlépéses függvénytranszformációk elvégzése $f(x)+c$; $f(x+c)$; $c \cdot f(x)$; $f(c \cdot x)$; $|f(x)|$ felhasználásával.
- Mindennapjainkhoz, más tantárgyakhoz kapcsolódó folyamatok elemzése a megfelelő függvény grafikonja alapján.

Geometria

- Tételek ismerete, a távolság és szög fogalmának értése, ismerete, a távolság és a szög mérése.
- A kör és részeinek ismerete.
- Körrel kapcsolatos tételek alkalmazása (kerületi és középponti szögek tétele, húrnégyszögek és érintőnégyzetek tételei).
- Egybevágósági és hasonlósági transzformációk ismerete, alkalmazása szerkesztési és bizonyítási feladatokban. Egybevágó alakzatok, hasonló alakzatok tulajdonságainak ismerete, alkalmazása feladatokban.
- Vektor fogalmának ismerete, vektorműveletek szerkesztése. Vektorfelbontás.
- Háromszögek, négyszögek, sokszögek szögeinek, nevezetes vonalainak, köreinek ismerete. Az ismeretek alkalmazása számítási, szerkesztési és bizonyítási feladatokban.
- A Pitagorasz-tétel és a Thalész-tétel alkalmazásai.
- Hegyszögek szögfüggvényeinek értelmezése, számolás szögfüggvényekkel. Szögfüggvények közötti összefüggések ismerete.

Valószínűség, statisztika

- Statisztikai adatok elemzése: adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása.
 - Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése; adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának meghatározása.
 - Véletlen esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata. A műveletek elvégzése az eseménytérben.
 - A valószínűség klasszikus modelljének alkalmazása.
- matikusok felfedezéseit, legyen rálátásuk a magyar matematikusok eredményeire.